

Questions de cours : (3 points)

- 1) Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz pour deux vecteurs $x, y \in \mathbb{R}^d$, pour le produit scalaire usuel $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- 2) Soit E un ensemble à n éléments. On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties (ou sous-ensembles) de E . Quel est le cardinal de $\mathcal{P}(E)$?
- 3) Soient $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \{0, \dots, n\}$. Donner la formule du coefficient binomial $\binom{n}{k}$ (aussi noté C_n^k par certaines personnes).

Exercice 1 : (4 points)

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Il n'est pas nécessaire de justifier.

- 1) Il existe des cas dans lesquels l'algorithme des k-means ne converge pas.
- 2) L'algorithme des k-means converge toujours vers un minimum global de la dispersion intra-groupes.
- 3) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable. Soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Si x_0 est un minimum local de f , alors $f'(x_0) = 0$.
- 4) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable. Soit $x_0 \in \mathbb{R}$. Si $f'(x_0) = 0$, alors x_0 est un extremum de f .

Exercice 2 : (3 points)

Le tableau suivant donne l'âge x (exprimé en ans) et le salaire y (exprimé en euros) de $n = 10$ individus ($1 \leq i \leq n$) :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	20	22	25	28	30	35	40	47	53	60
y_i	1500	1600	1800	2100	2300	2700	3100	3400	3600	3300

On donne aussi les valeurs suivantes :

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 360, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 25\,400, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 15\,636, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 70\,060\,000, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 1\,005\,100.$$

- 1) Rappeler la formule du coefficient de corrélation linéaire $\text{cor}(x, y)$ entre deux vecteurs $x, y \in \mathbb{R}^d$.
- 2) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre la série x des âges et la série y des salaires des n individus.